

Apellido y nombre:.....

Matrícula:.....

Plan de estudios:.....

Nota: Entregar la parte teórica (Ej 1 a 3) y la parte práctica (Ej 4 a 6) en hojas aparte

1.
 - a) Qué condiciones debe reunir un polinomio mínimo cuadrático.
 - b) Qué condiciones debe reunir un polinomio interpolante
 - c) Cuantos polinomios interpolantes puede generar utilizando n puntos
 - d) Cuantos polinomios mínimo cuadráticos puede generar utilizando n puntos
 - e) Cuantos polinomios cúbicos genera el método de Spline con n puntos.
2.
 - a) Deduzca la fórmula de Simpson 1/3 para integración.
 - b) Explique las ventajas del método Romberg y qué diferencia tiene con la integración adaptativa.
3.
 - a) En qué consisten los métodos numéricos para resolver EDO de PVI
 - b) En que se basan los métodos de RK
 - c) Los métodos Euler y Heun tienen alguna similitud con los métodos RK
 - d) Plantee como resolvería el siguiente problema:

$$\begin{cases} y'' + 3y + x = 5 \\ x' = 6y + x'' \end{cases}$$

4. Sea $f(x) = e^{-x} \sin(x)$.

a) Encontrar la cantidad de intervalos n para que el cálculo de la integral

$$\int_0^{2\pi} f(x) dx$$

tenga error menor a 10^{-2} para el método de Simpson 1/3. Recordar que en este caso $h = 2\pi/n$

- b) Calcular la integral usando el método de Simpson 1/3 y el valor de $n = 10$.
- c) Comparar el resultado con el valor correcto de la integral, sabiendo que

$$\int e^{-x} \sin(x) dx = -0.5e^{-x}(\sin(x) + \cos(x))$$

d) Explique que es lo que se observa comparando el valor de n obtenido en el inciso (a) y el error obtenido usando el valor $n = 10$. Explique cuál es la razón de esta aparente contradicción.

5. Dado el siguiente conjunto de polinomios:

$$\begin{array}{ll} P_0(x) = 0.1(x - 0) + .4(x - 0)^3 & 0 \leq x \leq 1 \\ P_1(x) = 0.5 + 1.3(x - 1) + 1.2(x - 1)^2 - 1(x - 1)^3 & 1 \leq x \leq 2 \\ P_2(x) = 2 + A(x - 2) - 1.8(x - 2)^2 + 0.6(x - 2)^3 & 2 \leq x \leq 3 \end{array}$$

con $A = 1.5$

- a) Graficar en el intervalo correspondiente con pasos de 0.2
- b) Explicar porqué no define un spline. **Justificar la respuesta.**
- c) Que valor debería tener A para que sea un spline?. **Justifique**

6. Dada la ecuación diferencial $u'' = u$, con $u(1) = 1.17520$ y $u(3) = 10.01787$

- a) Resolver por el método de las diferencias finitas, usando $h = 1$ y $h = 0.5$.
- b) Comparar la solución obtenida en todos los puntos con la solución analítica $u(x) = \sinh(x)$
- c) En que punto (x) se genera el mayor error absoluto respecto de la solución analítica?
- d) Como se comporta el error con respecto a la disminución por la mitad del intervalo h (en el punto $x=2$)?